

## หน่วยที่ 10 การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐาน

การประมาณค่าทางสถิติ ทำการประมาณค่าเพื่อแสดง อธิบาย หรือบอกลักษณะของประชากรที่ต้องการทราบ วิจัย ศึกษา หรือสนใจ

**ความหมายของการประมาณค่า** (estimation) เป็นการนำสถิติที่ได้จากตัวอย่างมาใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร นำมาเก็บข้อมูลจากหน่วยตัวอย่างไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรในเรื่องหรือลักษณะสิ่งที่สนใจ หรือที่ต้องการศึกษาต้องการทราบ ค่าสถิติตัวอย่างที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์นี้เรียกว่าตัวประมาณค่า (estimator)

**ความสำคัญของการประมาณค่า** สิ่งที่น่าสนใจ ต้องการศึกษ ต้องการทราบในการวิจัยคือ ลักษณะของประชากรในเรื่องนั้น ๆ ลักษณะของประชากรคือ ค่าพารามิเตอร์ ในการวิจัยเราไม่สามารถเก็บรวบรวมข้อมูลจากทุกหน่วยของประชากรได้ เนื่องจากประชากรที่ต้องการศึกษามีเป็นจำนวนมาก และในการทำการวิจัยมีข้อจำกัดในด้าน เวลา ค่าใช้จ่าย กำลังคน และวัสดุอุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ดังนั้นจึงต้องทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากหน่วยตัวอย่าง เช่น โดยการสำรวจ การสังเกต หรือการทดลอง แล้วใช้วิธีทางสถิติ หากค่าสถิติจากตัวอย่าง ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรในเรื่องที่สนใจต้องการศึกษา หรือต้องการทราบเพื่อแสดงลักษณะของประชากรนั้น

**ประเภทของการประมาณค่า** ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากร โดยใช้ค่าสถิติจากตัวอย่าง แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. การประมาณค่าเป็นจุด (point estimation) คือ การนำเอาค่าสถิติที่ได้จากข้อมูลตัวอย่างไปใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์เลย

2. การประมาณค่าเป็นช่วง (interval estimation) คือการนำเอาค่าสถิติ ที่ได้จากข้อมูลของตัวอย่างไปใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยการกำหนดค่าประมาณเป็นช่วงว่าค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบจะมีค่าอยู่ในช่วงนี้ ด้วยความเชื่อมั่นที่ถูกต้องเป็นร้อยละหรือเป็นเปอร์เซ็นต์เท่าใด และเรียกช่วงนั้นว่า ช่วงความเชื่อมั่น (confidence interval)

**คุณสมบัติของการประมาณค่า** ตัวประมาณค่าเป็นจุดที่ดีจะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

1. เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่อคติ (unbiased estimator) คือค่าที่คาดหวัง ของตัวประมาณค่าจะต้องมีค่าเท่ากับค่าพารามิเตอร์นั้น ซึ่งหมายความว่าค่าเฉลี่ยของค่าพารามิเตอร์ตัวอย่างของตัวอย่าง (sample) จะต้องมีความเท่ากับพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบหรือต้องการศึกษานั้น ๆ

2. มีความพ้องและสม่ำเสมอ (consistency) คือเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น หรือมีจำนวนตัวอย่างเพิ่มขึ้น โดยไม่มีขอบเขตจำกัด ตัวประมาณค่า ก็ควรมีค่าเข้าใกล้ค่าพารามิเตอร์ ที่แท้จริงมากยิ่งขึ้น มีความพ้องและสม่ำเสมออาจเรียกว่ามีความคงที่

3. มีความแปรปรวนน้อยที่สุด (minimum variance) คือตัวประมาณค่าที่เลือกมาใช้จะต้องมีความแปรปรวนน้อยที่สุด เลือกวิธีที่มีความแปรปรวนน้อยที่สุด

4. มีความเพียงพอ (sufficiency) ตัวประมาณค่าที่เลือกมาใช้จะต้องเป็นตัวประมาณค่าที่มีความเพียงพอให้สาระข้อเท็จจริง หรือให้ข่าวสารข้อมูลอย่างเพียงพอ

**ความหมาย ความสำคัญ และขั้นตอนของการทดสอบสมมติฐาน**

**ความหมายของการทดสอบสมมติฐาน** (hypothesis testing) การทดสอบสมมติฐานเป็นการสรุปหรือพิสูจน์คำตอบของการวิจัย ในการที่จะให้ได้ข้อสรุปหรือการตัดสินใจที่ชัดเจนตามสมมติฐานที่สนใจเฉพาะนั้นจึงจำเป็นต้องมีการยืนยันโดยใช้ข้อเท็จจริงจากชุดข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างต่าง ๆ โดยจะต้องมีวิธีการสำหรับการปฏิเสธ หรือการยอมรับสมมติฐานอย่างถูกต้องแน่นอน วิธีทางวิทยาศาสตร์ที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ การสรุปผลที่มีเหตุผลทางวิทยาศาสตร์ เป็นวิธีที่ยอมรับและสามารถที่จะทดสอบข้อสรุปซ้ำได้โดยนักวิจัยคนอื่น ๆ

**ความสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน** คล้ายกันกับความสำคัญของการประมาณค่า การทดสอบสมมติฐานช่วยหาข้อสรุปของการทดสอบที่สามารถเชื่อถือได้ ทำให้สรุปผลหรือพิสูจน์ข้อสงสัยที่ต้องการทราบของการวิจัยได้ โดยต้องมีขั้นตอนในการพิสูจน์ ซึ่งเป็นไปตามขั้นตอนของวิธีทางวิทยาศาสตร์ และสามารถนำข้อสรุปหรือข้อค้นพบที่หาได้จากตัวอย่างนี้ไปใช้หรืออ้างในประชากรได้ ด้วยความมั่นใจว่าถูกต้องเชื่อถือได้เป็นร้อยละเท่าใด

**แนวคิดในการทดสอบสมมติฐาน** โดยทั่วไปการทดสอบสมมติฐานจะต้องมีขั้นตอนต่าง ๆ ที่สำคัญคือ ตั้งสมมติฐาน เก็บรวบรวมข้อมูล นำข้อมูลมาวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุป และตีความหมาย การทดสอบสมมติฐานทางสถิติก็เช่นเดียวกัน ต้องประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ โดยอาศัยหลักการที่สำคัญคือลักษณะการแจกแจงของตัวอย่าง

**รูปแบบสถิติ** (statistical model) คือรูปแบบของลักษณะธรรมชาติที่เป็นอยู่ของประชากรและลักษณะวิธีของการสุ่มตัวอย่าง (sampling) ถ้าเราได้กำหนดขึ้นต้นลักษณะของประชากรและกำหนดลักษณะวิธีการสุ่มตัวอย่างแล้ว นั่นคือเราได้สร้างรูปแบบสถิติ

**ลักษณะการแจกแจงของตัวอย่าง** (sampling distribution) ในแนวคิดการทดสอบสมมติฐาน ลักษณะการแจกแจงของตัวอย่าง เป็นลักษณะการแจกแจงทางทฤษฎี เป็นลักษณะการแจกแจงของค่าที่ได้จากตัวอย่างต่าง ๆ ทั้งหมดที่เป็นไปได้ของค่าสถิติที่สนใจหรือทดสอบ เช่นค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง เมื่อค่าสถิตินั้นสามารถคำนวณหาจากตัวอย่างทั้งหมดที่สุ่มมาด้วยจำนวนหรือขนาดเท่ากัน ลักษณะการแจกแจงตัวอย่างสถิติ จะบอกให้เราทราบถึงความน่าจะเป็นที่เป็นไปได้ทั้งหมดของค่าสถิตินั้น ภายใต้  $H_0$  ที่ทำให้กำหนดขนาดของบริเวณปฏิเสธ  $H_0$  และแสดงได้ด้วยระดับ  $\alpha$  (นัยสำคัญ) ที่นิยมกันอาจจะกำหนดเป็น .01 หรือ .05 ก็ได้ ถ้า .05 นั่นคือขนาดของบริเวณการปฏิเสธเป็นร้อยละ 5 ของพื้นที่ทั้งหมดภายใต้เส้นโค้งในการแจกแจงการกระจายของตัวอย่าง

**ขั้นตอนหรือวิธีการทดสอบสถิติในการวิจัย** ได้แก่

1. ตั้งหรือกำหนดสมมติฐานว่าง ( $H_0$ ) และสมมติฐานทางเลือก ( $H_1$ )
2. เลือกตัวทดสอบทางสถิติ ที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบ  $H_0$  โดยเลือกตัวทดสอบสถิติ จากตัวทดสอบสถิติต่าง ๆ มาใช้ให้เหมาะสมกับการออกแบบการวิจัย และข้อกำหนดของการวัดข้อมูล ที่กำหนดไว้
3. กำหนดระดับนัยสำคัญ ( $\alpha$ ) และขนาดตัวอย่าง ( $n$ )
4. หาลักษณะการแจกแจงของตัวอย่าง (sampling distribution) ของตัวทดสอบสถิติภายใต้สมมติฐานว่าง
5. กำหนดบริเวณของการปฏิเสธสมมติฐานหรือบริเวณวิกฤต
6. หาค่าของตัวทดสอบสถิติโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่าง ถ้ามีค่าอยู่ในบริเวณวิกฤต เราก็จะปฏิเสธสมมติฐาน  $H_0$  นั่นคือเราตัดสินใจยอมรับ  $H_1$  เมื่อเราปฏิเสธ  $H_0$  โดยค่าของตัวทดสอบสถิติมีค่าอยู่ในบริเวณวิกฤต (แต่ถ้าค่าอยู่นอกพื้นที่บริเวณวิกฤตเราไม่สามารถตัดสินใจปฏิเสธ  $H_0$  ได้ที่ระดับนัยสำคัญนั้น)
7. ตีความสรุปผลการทดลองในแง่การนำไปใช้ ควรวงเล็บค่าพี (p-value) ต่อท้ายเพื่อยืนยันความมากน้อยของความน่าจะเป็นที่สรุปผลการทดสอบ

**การตั้งสมมติฐานทางสถิติ** (statistical hypothesis)

สมมติฐานทางสถิติเป็นข้อสมมติที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ หรือลักษณะของประชากรที่ต้องการทดสอบ ประกอบด้วย 2 สมมติฐาน ดังนี้

1. **สมมติฐานว่าง** (null hypothesis)  $H_0$  เป็นสมมติฐานของการไม่มีความแตกต่างไม่มีความเกี่ยวข้องหรือไม่มีผลต่อกัน ในการทดสอบทางสถิติ โดยทั่วไปแล้วสมมติฐานว่างที่แสดงไว้เพื่อต้องการพิสูจน์ว่าจะถูกปฏิเสธหรือยอมรับเมื่อใด  $H_0$  ถูกปฏิเสธสมมติฐานทางเลือก  $H_1$  ก็จะถูกยอมรับ

$$H_0 : \theta = 30$$

$$H_0 : \theta_1 - \theta_2 = 0 \text{ หรือ } \theta_1 = \theta_2$$

$$H_0 : \theta_1 - \theta_2 = 50$$

2. สมมติฐานทางเลือก (alternative hypothesis)  $H_1$  เป็นสมมติฐานที่เกี่ยวกับสิ่งที่ต้องพิสูจน์ สิ่งที่ต้องการทราบหรือศึกษาของผู้ทำการวิจัย เป็นสิ่งที่คาดการณ์ ที่คิดไว้ ข้อสงสัย หรือสิ่งที่ต้องการทราบ ซึ่งได้มาจากทฤษฎี ความรู้ หลักการต่าง ๆ

$$H_1 : \theta > 30$$

$$H_1 : \theta < 30$$

$$H_1 : \theta \neq 30$$

$$H_1 : \theta_1 - \theta_2 > 0 \text{ หรือ } \theta_1 > \theta_2$$

$$H_1 : \theta_1 - \theta_2 < 50$$

การตั้งสมมติฐานทางสถิติจะต้องตั้งทั้งสองสมมติฐานพร้อมกัน เช่น ถ้ามีความสงสัยว่าค่าพารามิเตอร์  $m$  ควรจะแตกต่างจาก 50 จะมีการตั้งสมมติฐานทางสถิติ ดังนี้

$$H_0 : m = 50$$

$$H_1 : m \neq 50$$

ถ้าสงสัยว่า ค่า  $m$  จะมากกว่า 50 จะตั้งสมมติฐานทางสถิติว่า

$$H_0 : m = 50$$

$$H_1 : m > 50$$

**การเลือกสถิติที่ใช้ทดสอบ** (test statistic)

ตัวทดสอบทางสถิติที่นำมาใช้ในการตัดสินใจ เพื่อสรุปเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐานที่สำคัญ ๆ ได้แก่ ตัวทดสอบ Z ตัวทดสอบ t ตัวทดสอบ  $X^2$  และตัวทดสอบ F

**ตัวทดสอบ Z** (z-test) ใช้ทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยที่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ข้อมูลจะถูกแปลงให้เป็นค่ามาตรฐานคือ Z ซึ่งมีค่าเฉลี่ย = 0 ละค่าความแปรปรวน = 1 หากค่าสถิติที่นำมาทดสอบเป็นค่าสัดส่วนซึ่งไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรก็สามารถใช้ตัวทดสอบ Z ได้ (หน้า 148)

**ตัวทดสอบ t** (t-test) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติใช้ตัวทดสอบ t ทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยโดยไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร เมื่อไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร สามารถใช้ค่าความแปรปรวนของข้อมูลจากสิ่งตัวอย่างแทนได้ ซึ่งตัวทดสอบ t มีลักษณะการแจกแจงหรือการกระจาย เส้นโค้งจะกว้างและแบนกว่าตัวทดสอบ Z เมื่อองศาของความเป็นอิสระ ( degree of freedom = df) เพิ่มขึ้น t จะมีค่าเฉลี่ย = 0

**ตัวทดสอบ  $X^2$**  ( $X^2$  - test) มีลักษณะการแจกแจง ซึ่งจะเปลี่ยนไปตามระดับขององศาของความเป็นอิสระ จะมีค่าเป็นบวกเสมอ ตัวทดสอบ  $X^2$  นำไปใช้ในการทดสอบเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของข้อมูล 1 ชุด ทดสอบเกี่ยวกับความสัมพันธ์และทดสอบว่าข้อมูลมีลักษณะการแจกแจงปกติหรือไม่

**ตัวทดสอบ F** (F-test) ลักษณะการแจกแจงของ F จะมีลักษณะคล้ายการแจกแจง  $X^2$  แต่มีองศาแห่งความอิสระ 2 ค่า คือ ของเศษและส่วน

**การกำหนดความผิดพลาดในการทดสอบ** การตัดสินใจเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐานว่า  $H_0$  มีความผิดพลาดจากการทดสอบได้ ข้อสรุปผลการทดสอบอาจไม่ตรงกับความเป็นจริง มีความผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีได้ 2 ประเภท คือ

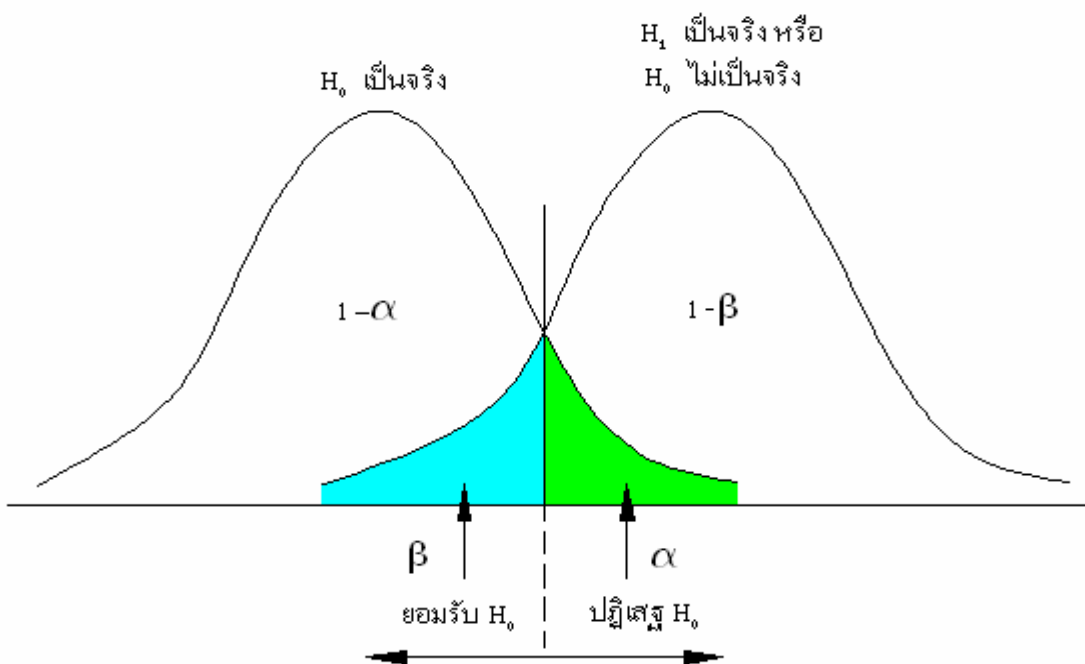
**1. ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error)** เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการสรุปผลการทดสอบที่ปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $H_0$  เป็นจริง และความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภท 1 นี้เขียนแทนด้วย  $\alpha$

**2. ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error)** เป็นความผิดพลาดของการสรุปว่ายอมรับ  $H_0$  เมื่อ  $H_0$  ไม่เป็นจริง ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 นี้เขียนแทนด้วย  $\beta$

ดังนั้น ในการสรุปผลการทดสอบ ถ้ายอมรับ  $H_0$  ในกรณี  $H_0$  เป็นจริง จะไม่เกิดความผิดพลาดขึ้น ซึ่งมีความน่าจะเป็น  $1 - \alpha$  ที่เป็นไปเช่นนั้น

ถ้าสรุปผลการทดสอบ คือ ปฏิเสธ  $H_0$  ในกรณีที่  $H_0$  ไม่เป็นจริงจะไม่เกิดความผิดพลาดขึ้น ซึ่งมีค่าความน่าจะเป็น  $1 - \beta$  ที่เป็นไปเช่นนั้น ค่านี้ถ้ามีค่ามากขึ้นจะทำให้การทดสอบมีคุณภาพดีขึ้น เราเรียกค่า นี้ว่า  $1 - \beta$  อำนาจของการทดสอบ

ถ้าต้องการลดความน่าจะเป็นของความผิดพลาดทั้งสองอย่าง เราต้องเพิ่มค่า  $n$  เมื่อขนาดของตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะมีผลในการลดค่า  $\alpha$  และ  $\beta$  หรือลดความผิดพลาดทั้งสองประเภทลงได้พร้อมกัน



แสดงความผิดพลาดประเภท  $\alpha$  และ  $\beta$

**ระดับนัยสำคัญ (Level of significance)** คือ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดจากการปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $H_0$  เป็นจริง ระดับนัยสำคัญนี้ผู้วิจัยเป็นผู้กำหนดเอง ปกตินิยมกำหนด  $\alpha = .01$  หรือ  $\alpha = .05$  หรือ  $\alpha = .10$

**บริเวณวิกฤต (critical region)** คือ ชุด ของค่าที่อาจเป็นไปได้ของค่าสถิติจากตัวอย่าง ซึ่งทำให้ผู้วิจัยปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริงถูกต้องแล้วเราปฏิเสธสมมติฐาน นั่นคือเราได้ทำความผิดพลาดไปซึ่งเป็นความผิดพลาดประเภท 1 ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดดังกล่าวจะสอดคล้องเท่ากันพอดี กับระดับนัยสำคัญคือ  $\alpha$

บริเวณวิกฤตคือบริเวณของการปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $H_0$  เป็นจริง หาได้จากการนำค่า  $\alpha$  ที่กำหนดไปเปิดตารางหาค่าสถิติแล้วนำค่ามากำหนดบริเวณวิกฤตตามทิศทางของสมมติฐานทางเลือก

**การทดสอบสถิติ (statistical test)**

**การทดสอบสองข้าง** หรือการทดสอบสองปลายเป็นการทดสอบสมมติฐานที่ต้องการพิสูจน์หรือสมมติฐานวิจัยว่าจะมีความแตกต่างกันหรือไม่ โดยไม่ทราบทิศทางที่แน่นอนจึงต้องกำหนดสมมติฐานทางเลือก ( $H_1$ ) ให้เป็นไปได้ 2 ทิศทาง (หน้า 153)

**การทดสอบข้างเดียว** หรือการทดสอบปลายเดียว เป็นการทดสอบสมมติฐานที่ต้องการพิสูจน์หรือสมมติฐานที่ต้องการศึกษาว่ามีความแตกต่างกันทางด้านใดด้านหนึ่งหรือไม่ โดยกำหนดสมมติฐานทางเลือก ( $H_1$ ) ให้มีทิศทางเดียว (หน้า 154)

การสรุปผลการทดสอบ สามารถสรุปได้ 2 ลักษณะ คือ

ปฏิเสธ  $H_0$  หมายความว่า ข้อมูลจากตัวอย่างมีความแตกต่างกันหรือสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หรือเป็นไปตามสมมติฐานทางเลือก

ยอมรับ  $H_0$  หมายความว่า ยังไม่มีหลักฐานเพียงพอที่จะสรุปจากข้อมูลตัวอย่างนี้ว่า แตกต่างกันหรือมีความสัมพันธ์กันหรือยังไม่เป็นไปตามสมมติฐานทางเลือก

ถ้าค่าสถิติทดสอบตกอยู่บริเวณวิกฤติหรือ  $p\text{-value} < \alpha$  จะสรุปว่า ปฏิเสธ  $H_0$  ถ้าไม่ตกอยู่ในวิกฤติ หรือ  $p\text{-value} > \alpha$  จะสรุปว่ายอมรับ  $H_0$

### การประมาณค่า

การประมาณค่าจะต้องระบุพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ และต้องกำหนดช่วงความเชื่อมั่น โดยอาศัยทฤษฎีการแจกแจงค่าสถิติที่ได้จากตัวอย่าง ค่าสถิติที่ใช้ต้องเป็นตัวประมาณค่าที่ดี เลือกตัวประมาณค่า กำหนดระดับความเชื่อมั่น แล้วคำนวณค่าประมาณ

**ค่าประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร** ( $\mu$ ) ได้แก่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง ชิดจำกัด ความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ย

**ค่าประมาณสัดส่วนของประชากร** (P) ได้แก่ ค่าสัดส่วนของตัวอย่าง (p) ชิดจำกัดความเชื่อมั่นของสัดส่วน

หลักของการประมาณค่า อาศัยทฤษฎีการแจกแจงตัวอย่างของค่าสถิติ โดยมีค่า  $E = \theta$  ถ้าต้องการระดับความเชื่อมั่นสูง ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานก็จะสูงด้วยเช่นกัน

### ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์

1. **ระบุพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่า** พารามิเตอร์ของประชากรที่ต้องการประมาณค่าจะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายการวิจัย
2. **เลือกตัวประมาณค่า** จะต้องเป็นตัวประมาณค่าที่มีคุณสมบัติของตัวประมาณค่าที่ดี แล้วเลือกสูตรสถิติที่สอดคล้องกับตัวประมาณค่า สำหรับประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการนั้น
3. **กำหนดระดับความเชื่อมั่น และหาช่วงความเชื่อมั่น** หรือระดับนัยสำคัญของการประมาณค่าพารามิเตอร์ เพื่อคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน และช่วงความเชื่อมั่น
4. **ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์** คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์ อาจเป็นค่าประมาณแบบจุด หรือ ค่าประมาณแบบเป็นช่วง ซึ่งได้แก่ขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนของความเชื่อมั่น